Nouvelle-Calédonie 1998 - **Les satellites de Neptune** - ? points

Calculatrice autorisée - $?min$

Document

Avant le survol de la sonde Voyager 2, seuls deux satellites de Neptune étaient connus : Triton et Néréide. Au cours de l'été 1 989, les images transmises par la sonde vont révéler six autres satellites de relatives petites tailles. On supposera que Neptune et les satellites sont à répartition sphérique de masse. Les caractéristiques de cinq de ces nouveaux satellites sont exprimées par rapport au référentiel « neptunocentrique », c'est-à-dire le référentiel défini par « le centre de Neptune et trois étoiles très éloignées », référentiel que l'on supposera galiléen.

Données :

Noms	Rayon moyen de l'orbite $r\,(10^3\,km)$	Période de révolution sidérale $T\,(j)$	$\frac{1}{r}\,(10^{-9}\,m^{-1})$	$v^2\,(10^7\,m^2.s^{-2})$
Thalassa	$50,0$	$0,312$	$20,0$	$13,6$
Despina	52,5	0,333	19,0	13,1
Galatae	62,0	0,429	16,1	
Larisa	73,6	0,554	13,6	9,3
Proteus	117,6	1,121	8,5	5,8

- constante de gravitation universelle : $G = 6,67.\,10^{-11}\,m^3.kg^{-1}.s^{-2}$;
- un jour : $1\,j = 86\,400\,s$

1. Dans un référentiel « neptunocentrique », le mouvement des satellites est supposé circulaire uniforme.
   a) Donner l'expression littérale de la vitesse de révolution v d'un satellite, en fonction du rayon r de sa trajectoire et de sa période T de révolution.
   b) Calculer, pour Galatae, la valeur v de la vitesse, en $m.s^{-1}$.
2. a) En utilisant les données du tableau et le résultat obtenu précédemment pour Galatae, tracer la représentation graphique de la fonction $v^2 = f(1/r)$.
   Echelles :
   - $1\,cm$ représente $10^{-9}\,m^{-1}$;
   - $1\,cm$ représente $10^7\,m^2.s^{-2}$.

   b) Commenter succinctement l'allure de la courbe obtenue.
3. a) Démontrer que, dans l'approximation des trajectoires circulaires, le mouvement d'un satellite de Neptune est nécessaire uniforme.
   b) Etablir l'expression de v^2 en fonction de G, M et r, M désignant la masse de Neptune.
   c) Montrer que l'expression obtenue pour v^2 est en accord avec la représentation graphique faite à la question 2. En déduire la masse de Neptune.
   d) Le résultat obtenu est-il en accord avec celui que l'on peut obtenir en utilisant les données relatives à Triton ($r = 354,8.\,10^3\,km$ et $T = 5,877\,j$) ?